

## บทคัดย่อ

โครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง “มหัศจรรย์จำนวนสามเหลี่ยม (The Fascinating Mathematical Beauty of Triangular Numbers)” ได้จัดทำขึ้นเพื่อ 1) ศึกษารูปแบบโครงสร้างของจำนวนสามเหลี่ยม การหาพจน์ทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม และรูปแบบความสัมพันธ์ทางพีชคณิตของจำนวนสามเหลี่ยม 2) ศึกษาความสัมพันธ์ทางพีชคณิตของจำนวนสามเหลี่ยมกับจำนวนกำลังสอง 3) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสามเหลี่ยมและสามเหลี่ยมปาสคาล

ผลการดำเนินงาน พบว่า

1. รูปแบบโครงสร้างของจำนวนสามเหลี่ยมและการหาพจน์ทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม

**ข้อค้นพบที่ 1** จำนวนสามเหลี่ยมแต่ละจำนวนสามารถเขียนในรูปอนุกรมเลขคณิตของจำนวนนับได้

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2} = \frac{1}{2}(n^2 + n) = \sum_{i=1}^n n_i$$

$$\text{โดยที่ } n_1 = 1, n_2 = 2, \dots, n_k = k \in N$$

2. รูปแบบความสัมพันธ์ทางพีชคณิตของจำนวนสามเหลี่ยมกับจำนวนกำลังสอง

**ข้อค้นพบที่ 2** สำหรับทุกจำนวนนับ  $n$  จำนวนกำลังสองใด ๆ สามารถเขียน

ในรูป  $2T_n - n$

**ข้อค้นพบที่ 3** สำหรับทุกจำนวนนับ  $n$  จำนวนกำลังสองใด ๆ สามารถเขียน

ในรูป  $T_n + T_{n-1}$  ได้

**ข้อค้นพบที่ 4** สำหรับจำนวนรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

$$T_n + T_{n-1} = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$$

**ข้อค้นพบที่ 5** สำหรับทุกจำนวนนับ  $n$  จำนวนสามเหลี่ยมสามารถเขียนแสดงในรูปของ

จำนวนกำลังสอง ดังสมการ  $T_n = 0.5(S_n + n)$

**ข้อค้นพบที่ 6** สำหรับทุกจำนวนเต็มบวกคี่ที่มากกว่า 1 จำนวนกำลังสองสามารถเขียนให้อยู่

ในรูป  $S_n = 8T_{\frac{n-1}{2}} + 1$

3. รูปแบบความสัมพันธ์ทางพีชคณิตของจำนวนสามเหลี่ยม

**ข้อค้นพบที่ 7** สำหรับทุกจำนวนสามเหลี่ยม  $T_n$  ใดๆ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์

เวียนเกิด  $T_n = T_{n-1} + n$

**ข้อคาดการณ์ที่ 1** มีจำนวนสามเหลี่ยมแทรกอยู่ในแถวของจำนวนสามเหลี่ยมปาสคาล

**ข้อคาดการณ์ที่ 2** มีลำดับที่เกิดจากอนุกรมของจำนวนสามเหลี่ยมจำนวนอนันต์ชุด

**ข้อคาดการณ์ที่ 3** ลำดับแต่ละชุดที่เกิดจากอนุกรมของจำนวนสามเหลี่ยม จะปรากฏบนสามเหลี่ยมปาสคาล ซึ่งเรียงตัวในแนวทแยงจากบนลงล่าง

จากการศึกษาโครงการทำให้เกิดองค์ความรู้เกี่ยวกับรูปแบบโครงสร้างของจำนวนสามเหลี่ยมพจน์ทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม และรูปแบบความสัมพันธ์ทางพีชคณิตของจำนวนสามเหลี่ยม ได้รูปแบบความสัมพันธ์ทางพีชคณิตของจำนวนสามเหลี่ยมกับจำนวนกำลังสอง และได้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสามเหลี่ยมและสามเหลี่ยมปาสคาล สามารถนำทฤษฎีที่ได้ไปสู่การนำไปใช้ในชั้นเรียน และนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาไปประยุกต์ใช้องค์ความรู้อย่างหลากหลาย นอกจากนี้ได้มีการนำผลการศึกษาไปสอนเพื่อน ๆ และพี่ ๆ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนกันทรลักษณ์วิทยา รวมทั้งเผยแพร่ทางเว็บไซต์ของโรงเรียนกันทรลักษณ์วิทยา (<http://www.klws.ac.th>) และแอปพลิเคชัน TikTok ทำให้ได้ข้อเสนอแนะที่น่าสนใจนำไปสู่การวางแผนการจัดทำโครงการครั้งต่อไป